

Campos electricos producidos por distribuciones discretas de carga

Germán Moncada M

El propósito de esta guía es potenciar el aprendizaje del calculo y las propiedades de los campos eléctricos. En esta se presenta una revisión sobre las estrategias de solución de problemas de campo electrico producido por distribuciones discretas y distyribuciones continuas de carga electrica .

Desde la formulacion de la electrostática , la estrategia de solución de problemas para el calculo de la intensidad del campo electrico se mantiene invariante. Sin embargo, la realizacion de estos presentan diferentes estilos de abordaje dependiendo de las habilidades de los estudaintes. Un estudiante puede necesitar de la colaboracion de sus compañeros, otros trabajan individualmente , pero siempre se hace necesario que su interes sea significativo, de lo contrario no sera posible que se logra sus aprendizaje.

En esta guía , se propone la participacion activa de los estudiantes para que propongan soluciones a los problemas propuestos., ya que esta actividad evoluciona su forma de pensar . La solución de problemas permiten una conexión permanente, comienzan a configurar el siguiente peldaño en su aprendizaje. Conclusión)

Los estudiantes deben estar en un punto intermedio en cuanto al conocimiento y utilizacion de harrameintas necesaria como: el concepto de campo y la utilizacion de los vectores . Estos elementos articulados hacen realidad el aprendizaje ,como un derecho ,de los estudiantes

1 Característica de la líneas de campo electrico

1. El campo electrico es tangencial a al líneas de campo
2. nacen en las cargas positivas o en el infinito y mueren en las cargas negativas o en el infinito
3. Nunca se cruzan
4. La magnitud de \vec{E} es inversamente proporcional a la densidad de las líneas (líneas cercanas implican un campo)
5. El número de líneas que nacen o mueren en una carga es proporcional a la magnitud de la carga.

1.1 Campo eléctrico producido por una distribucion discreta de carga

El dipolo eléctrico elemental está formado por dos cargas iguales y de signo opuesto, separadas una distancia $2a$ mucho menor que las distancias macroscópicas que manejamos. Expresado de otro modo, se trata de conocer el valor del campo E de un par de cargas puntuales separadas una distancia d en un punto r tal que el campo resultante en el punto se obtiene así:

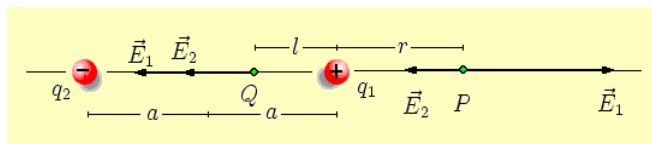


Figure 1.1: Dipolo electrico

Considerese un punto P que esta situado sobre la linea que une las dos cargas (parte externa). Por definición se tiene: que el campo resultante en un punto es la fuerza sobre una carga de prueba que se situaría en el punto donde se va a calcular el campo

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{F}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\ \vec{E}_R &= E_+ - E_- \\ \vec{E}_R &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_{+p}^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_{-p}^2} \\ \vec{E}_R &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(y - \frac{a}{2}\right)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(y + \frac{a}{2}\right)^2} \\ \vec{E}_R &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(y - \frac{a}{2}\right)^{-2} - \left(y + \frac{a}{2}\right)^{-2} \right] \\ \vec{E}_R &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2} \left[\left(1 + \frac{2a}{2y} + \dots\right) - \left(1 - \frac{2a}{2y} + \dots\right) \right] \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(y - \frac{a}{2}\right)^{-2} - \left(y + \frac{a}{2}\right)^{-2} \right] &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2} \left[\left(1 + \frac{2a}{2y} + \dots\right) - \left(1 - \frac{2a}{2y} + \dots\right) \right]\end{aligned}$$

para puntos lejos del dipolo lo que significa $y \gg d$ se utiliza solo el primer termino de la serie y se cancelan los terminos en $\frac{1}{y^2}$ y la expresión final es

$$\vec{E} = \frac{qa}{2\pi\epsilon_0 y^3} \quad (1.1)$$

En síntesis el campo depende del producto de la carga por la distancia de separación entre ambas a esto se le da el nombre de momento dipolar.

1.2 dipolo electrico bajo la influencia de un campo electrico exterior uniforme

En la figura de abajo se observa el comportamiento del momento dipolar dentro de un campo electrico externo

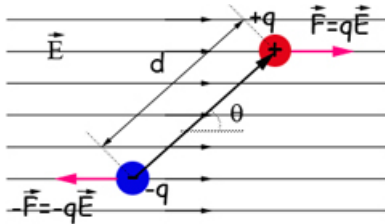


Figure 1.2: Dipolo electrico

cada carga del dipolo siente una fuerza. Si se suman la fuerza neta que siente el dipolo es cero, pero el mo-

mento de fuerza o torque neto no. Habrá una rotación y se modela mediante la siguiente expresión:

$$\tau = \vec{p} \times \vec{E}$$

es el producto vectorial del momento dipolar con el Campo Eléctrico Externo. la magnitud es un escalar y es:

$$\tau = pE \sin \theta$$

Las condiciones para el movimiento armónico rotacional. Habrá oscilación alrededor de la configuración de equilibrio $\theta = 0$, este es el movimiento típico de una molécula dipolar en un campo eléctrico.

Campo producido por una distribución continua de carga

1.3 Campo electrico producido por una distribución continua de carga

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} (\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}) \quad (1.2)$$

Ejemplo 1. En la figura de abajo se observa un objeto en forma de semicircunferencia con carga q distribuida uniformemente con densidad $\lambda = \frac{-dq}{dl}$. Calcular el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) en el centro O de un hilo en forma semicircular de radio a ,

$$\begin{aligned}
 E_y &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq \sin \theta}{r^2} \\
 E_y &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda a \sin \theta d\theta}{r^2} \\
 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda a \sin \theta d\theta}{r^2} &= \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \frac{\sin \theta d\theta}{a^2} \\
 \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0 a^2} \int_0^\pi \sin \theta d\theta &= \left. \frac{-\lambda \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 a} \right|_0^\pi \\
 E_y &= \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 a^2}
 \end{aligned}$$

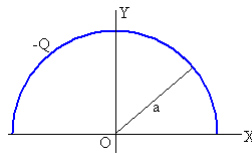


Figure 1.3: Distribucion en una linea de carga

Sección de preguntas de opción múltiple:

Lee con detenimiento la pregunta y cada una de las opciones de respuesta que se presentan, solo hay una respuesta correcta.

1. La fuerza electrostática entre un electrón negativo y un neutrón neutro es:
 - a) negativa y de atracción
 - b) positiva y de repulsión
 - c) cero
 - d) algunas veces de atracción y algunas otras de repulsión
1. Por comparación con la fuerza de gravedad, la atracción eléctrica entre un electrón y un protón
 - a) es más o menos del mismo valor
 - b) es mucho más intensa
 - c) es mucho más débil
 - d) no se puede comparar
1. Cuando se frota con un trozo de lana, el azufre y el vidrio se cargarán

- a) en forma positiva y negativa
 - b) en forma negativa y positiva
 - c) ambas positivas
 - d) ambas negativas
1. Cuando la separación entre centros de dos pequeñas esferas cargadas se duplican, la fuerza eléctrica entre ellas
- a) se reduce a la mitad
 - b) se duplica
 - c) se reduce a la cuarta parte
 - d) se cuadruplica
1. Las unidades en el Sistema Internacional de flujo eléctrico son
- a) $\frac{N}{C^2}$
 - b) $\frac{N.m}{C}$
 - c) $\frac{N.m^2}{C}$
 - d) $\frac{C}{Nm}$
1. Suponga que se tienen tres esferas conductoras idénticas y una de ellas posee una carga de valor Q . Si se les pone en contacto y luego se les separa
- a) Cada una tendrá una carga $\frac{Q}{3}$
 - b) Cada una tendrá una carga Q
 - c) Solo una tendrá carga Q
 - d) Todas estarán descargadas

Sección de ejercicios

1. El campo eléctrico en un punto a 30 cm encima de una manta eléctrica es de $\frac{250N}{C}$, hacia arriba. Calcular la fuerza que actúa sobre un electrón en ese lugar. (la carga eléctrica del electrón es de $1.6 \times 10^{-19} C$)
2. Una carga puntual de $10\mu C$ ($10 \text{ micro coulomb} = 10 \times 10^{-6} C$) está rodeada por el vacío. Calcular la magnitud del campo eléctrico a una distancia de $20cm$.
3. a partir de la ley de Coulomb encuentre las unidades de la constante de permitividad eléctrica ϵ_0
4. Si la distancia de separación entre un electrón y un protón es de $25 \cdot 10^{-12} m$ encontrar:
 - la fuerza eléctrica entre ellos
 - La fuerza gravitacional entre ellos
 - compare estas dos magnitudes

Sección de preguntas de falso verdadero

:Las aseveraciones que se te presentan pueden ser falsas o verdaderas, te mucho cuidado al leer la pregunta ya que puede ser afirmativa o negativa, ten en cuenta el aprendizaje que te pide el programa de la asignatura. Coloque una F o V si la afirmación es falsa ó verdadera en el paréntesis.

1. () Las líneas de campo eléctrico neto nunca se cruzan
2. () En situaciones electrostáticas, las líneas de campo eléctrico siempre inician en una carga negativa y terminan en una carga positiva.
3. () Los listones conductores colocados sobre las puntas de las alas de un avión, permiten el escape de la carga eléctrica inducida sobre la nave conforme está se mueve en el aire.
4. () El Campo eléctrico se define como la fuerza eléctrica experimentada por una carga de prueba positiva en ese punto dividida entre esa carga.
5. () El campo electrostático externo al cuerpo de un conductor, debe ser siempre paralelo a la superficie.
6. () El campo eléctrico dentro de la esfera metálica de un generador Van de Graaff siempre es diferente de cero.
7. () El capacitor es un dispositivo eléctrico; en su forma mas sencilla un par de placas conductoras paralelas, separadas por una distancia pequeña, que almacena carga eléctrica y energía.
8. () Quedarse dentro del automóvil durante una tormenta de rayos es inseguro.
9. () En un generador de Van de Graaff se puede aumentar el voltaje aumentando el radio de la esfera ó colocando todo el sistema en un recipiente con gas a alta presión.
10. () Mientras mas cercanas estén las líneas de fuerza, mas fuerte será el campo eléctrico.

sección problemas(10 de diversos niveles de complejidad B= básico, M= medio A= avanzado)

Caso 1. Nivel básico

1. . Dos cargas puntuales $Q_1 = 4 \times 10^{-6} \text{ [C]}$ y $Q_2 = -8 \times 10^{-6} \text{ [C]}$, están separadas 4 [m]. ¿Con qué fuerza se atraen?
- 2.

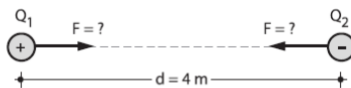


Figure 1.4: Ley de coulomb

3. . Se tiene un campo eléctrico uniforme vertical hacia abajo cuya intensidad es igual a 5 [N/C] . Si se lanza horizontalmente una carga eléctrica de $2 \times 10^{-7} \text{ [C]}$, con una velocidad igual a 100 [m/s] . Hallar después de qué tiempo llega a la placa inferior que se muestra, si inicialmente estaba a una altura de 50 [m] . Masa de la carga = $0,50 \text{ [kg]}$; $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$
4. Se tienen dos cargas “+q” y “+4q” separadas una distancia “d”; en la recta que las une se ubica una tercera carga, de tal manera que en dicha condición el sistema esté en equilibrio. Calcular el signo, la magnitud y la posición de esta tercera carga. Inicialmente el sistema está en equilibrio

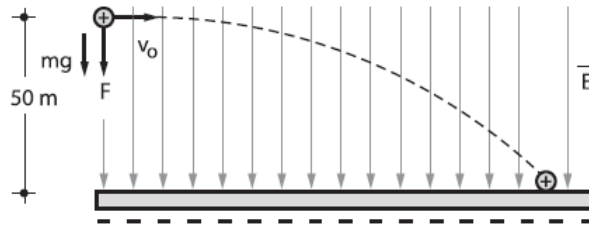


Figure 1.5: Dinámica de una partícula cargada

5. Dos cargas se encuentran separadas a una distancia d . Si entre ambas cargas se ubica una tercera de manera que la fuerza sobre ella sea nula. ¿Cuál es la distancia que se debe colocar la tercera carga?. Todas las cargas son positivas y tienen la misma carga. Dibuje el diagrama y demuestre matemáticamente la respuesta.

Caso 1. Nivel medio

1. El electrón entra a una región entre dos placas cargadas con un ángulo de 37° . Su velocidad inicial es 5×10^{-6} [m/s] y está a 2 [cm] de la placa positiva, determinar: Intensidad de campo eléctrico. El tiempo en que tarda en golpear la placa. (Considerar despreciable la acción de la gravedad.)
- 2.

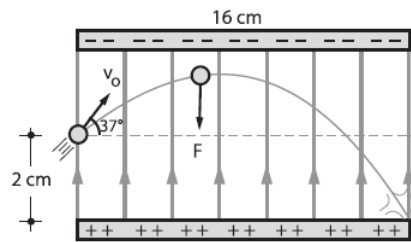


Figure 1.6: tiro parabólico

3. Un electrón es proyectado dentro de un campo eléctrico uniforme, de intensidad 100 [N/C], con una velocidad inicial de 5×10^6 [m/s] según el eje x , en la dirección del campo eléctrico. ¿Cuánto se desplazará el electrón hasta detenerse? (Resp. 0,73 [m])

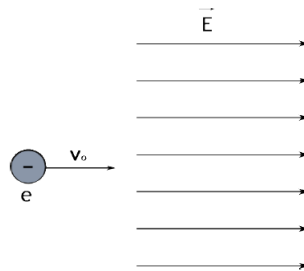


Figure 1.7: Electrón moviéndose dentro de un campo eléctrico

4. Un electrón entra a un campo eléctrico uniforme, cuya intensidad es de 1000 N/C dirigido hacia $-Y$, según el plano cartesiano, con una velocidad inicial de 3×10^4 [m/s] horizontal, es decir, según el eje X y perpendicular

al campo. ¿Cuál es la deflexión que experimenta el electrón después de haber viajado 200 [m] en la dirección X? ¿Cuál es la velocidad que adquiere en el eje y, no olvide indicar la dirección? Ayuda: 1 Calcule el tiempo usando $v=d/t$ que es un MRU en el eje x. La deflexión, es lo que se curva hacia el eje Y

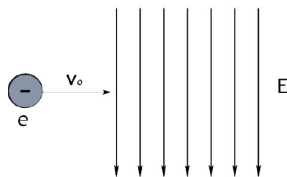


Figure 1.8: Cinemática de una partícula cargada

- ¿Cuál debe ser la intensidad del campo eléctrico para dejar en suspensión un electrón en el aire. Suponga que la aceleración de gravedad es de $9,8 \text{ [m/s}^2\text{]}$. Realice un dibujo para mostrar la dirección del campo eléctrico. ¿Cuánto debiera valer el campo eléctrico y la dirección, si la carga fuera un protón?

Caso 1. Nivel avanzado

- Tres partículas de igual carga se encuentran dispuestas formando un triángulo equilátero. Hallar el campo eléctrico en centro del triángulo
- En la figura mostrada, determinar la intensidad de campo “E” en el vértice (A), si $Q = 32 \text{ } \mu\text{C}$, hallar la magnitud de “-q” para que el campo sea horizontal

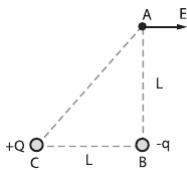


Figure 1.9: Encontrar el campo eléctrico

- Dos pequeñas bolas de masa m están colgando de hilo de seda de longitud L poseen cargas iguales q . Supones que ϑ es tan pequeño que $\tan \theta$ puede ser aproximado por $\sin \theta$.

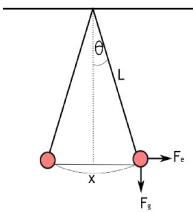


Figure 1.10: Equilibrio electrostático

- Calcular el vector campo eléctrico \vec{E} del sistema de cargas de la figura en P y en Q .

5. Datos: $q_1 = 28 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $q_2 = -16 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, Puntos $P(1,0)$, y $Q(0,1.5)$ metros

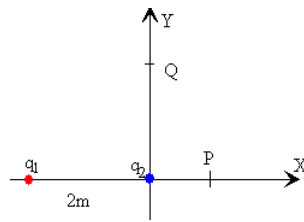


Figure 1.11: Campo eléctrico resultante

6. Determinar la posición de una carga situada en la línea recta que une dos cargas concentradas de $+50$ y -18 stC separadas 40 cm de tal manera que todo el sistema se encuentra en equilibrio horizontal.

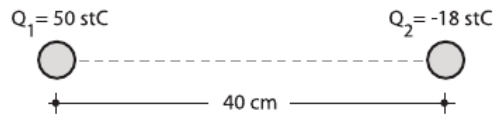


Figure 1.12: Donde esta la bolita

7. Calcular el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) en el centro O de un hilo en forma de cuadrante circular de radio a , uniformemente cargado con una carga $-Q$.

Preguntas de síntesis (de 1 a 4)

1. ¿Por qué cada interacción entre partículas cargadas requiere conocer el signo de las cargas?
2. ¿Qué le aportan a la ley de Coulomb el diagrama vectorial de fuerzas?
3. ¿Cómo repercute el conocimiento explícito del campo eléctrico en la dinámica de las partículas dentro de un campo eléctrico?
4. ¿Cuál es el propósito y qué propiedades tiene la introducción del concepto de carga de prueba q_0 en el estudio del campo eléctrico \vec{E} ?